



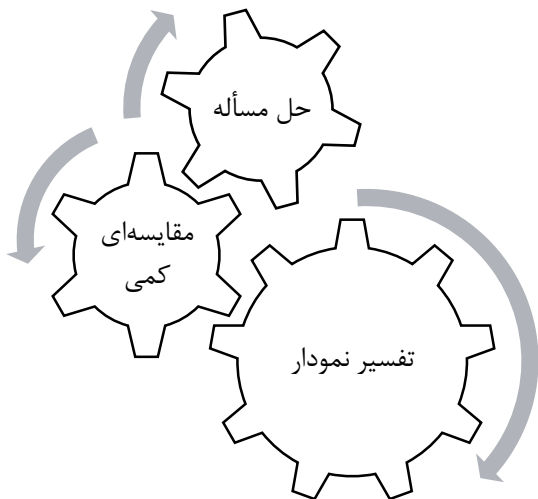
بخش چهارم

کمی



مقدمه

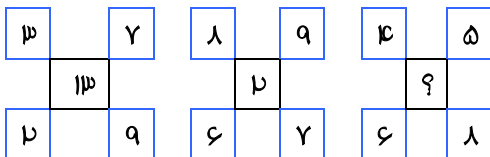
سؤالات این بخش در سه قسمت برای سنجش میزان آمادگی
داوطلب بر پایه هوش و ریاضی مطرح می‌شود:



الف - حل مسئله

بخش حل مسئله (Problem Solving) به صورت چهارگزینه‌ای از مباحث مختلف کمی بوده که میزان دقت، هوش، خلاقیت، سرعت، تمرکز و آمادگی داوطلب را در مسائل هوش، نسبت و درصد، تشکیل معادله مفاهیم ریاضی پایه (توان، رادیکال و...)، تشکیل معادله، میانگین، معادله مسافت، معادله کار، نسبت و درصد، تقسیم به نسبت، سود و تخفیف، مجموعه، هندسه، ساعت، بخش پذیری، آنالیز ترکیبی و هوش، برای حل یک مسئله، موردسنجش و ارزیابی قرار می‌دهد. نمونه‌ای از سؤالات این قسمت را در ادامه مشاهده خواهیم کرد.

۱. بین اعداد در هر کدام از اشکال زیر، ارتباط خاص و یکسانی برقرار است. به جای علامت سؤال، کدام عدد باید قرار بگیرد؟
(وزارت بهداشت - ۹۷)



۱۰ (۱۴)

۸ (۱۳)

۶ (۲)

۱۴ (۱)

۲۱. جهت سافت یک آلیاژ، آلومینیم و آهن را به ترتیب به نسبت وزنی ۱۹ به ۵۱ باهم ترکیب کرده ایم. درصد آلومینیم به کاررفته در این آلیاژ، نسبت به آلومینیم به کاررفته در حالت استاندارد همان آلیاژ، ۱۰ درصد کمتر است. نسبت وزنی آلومینیم به آهن در آلیاژ استاندارد کدام است؟ (۹۶ – انسانی)

$$\frac{19}{51} \quad (19)$$

$$\frac{19}{51} \quad (20)$$

$$\frac{51}{19} \quad (21)$$

$$\frac{51}{19} \quad (1)$$

ب- مقایسه‌ای کمی

سؤالات مقایسه‌ای کمی (Quantitative Comparison) صرفاً یک نام اختصاصی در آزمون GRE است که برای مجموعه‌ای از سؤالات در آزمون استعداد تحصیلی دکتری است که مورد استفاده قرار می‌گیرد. هر سؤال مقایسه کمی شامل یک عبارت به همراه دو مقدار یا کمیت در دو ستون «الف» و «ب» است.

۷
۸ وزن جسم A، برابر ۹۰ درصد وزن جسم B است.

(۹۳ - فنی و مهندسی)

ستون «ب»

ستون «الف»

۹۰ درصد وزن جسم A

میانگین وزن اجسام A و B

برای پاسخگویی به این‌گونه سؤالات ابتدا مقادیر هریک از دو ستون را به دست آورده، سپس با توجه به دستورالعمل زیر، گزینه صحیح را در پاسخنامه انتخاب کنید:

- اگر مقدار ستون «الف» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۱ را علامت بزنید.
- اگر مقدار ستون «ب» بزرگ‌تر است، در پاسخنامه گزینه ۲ را علامت بزنید.
- اگر مقادیر دو ستون باهم برابر هستند، در پاسخنامه گزینه ۳ را علامت بزنید.
- اگر بر اساس اطلاعات داده‌شده در سؤال، نتوان رابطه‌ای را بین مقادیر دو ستون «الف» و «ب» تعیین نمود، در پاسخنامه گزینه ۴ را علامت بزنید.

ج - تفسیر نمودار

از ۷ سؤال بخش چهارم (کمی)، در گروه‌های غیر مهندسی، ۲ سؤال آخر همواره مربوط به تفسیر نمودارهای آماری (Diagram) است که یکی از بخش‌های آزمون GRE بین‌المللی نیز است.

در ادامه مقدمات لازم مربوط به این قسمت را تحت عنوان مطالبی ارائه می‌دهیم و سپس مسائل مختلفی از این مبحث را مورد تفسیر قرار می‌دهیم.

تقسیم به نسبت

فرض کنید دو نفر پولی را بین خود تقسیم کرده‌اند و به اولی ۳۰۰ تومان و دومی ۴۵۰ تومان رسیده باشد:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{300}{450} = \frac{2}{3}$$

(دیگر ساده نمی‌شوند)

در این صورت:

✓ پول بین دو نفر به نسبت ۲ به ۳ تقسیم شده است.

✓ به ازای هر ۲ تومان نفر اول، نفر دوم ۳ تومان گرفته است.

✓ نسبت پول اولی به دومی مثل ۲ به ۳ است.

✓ نسبت پول اولی به ۲ مثل نسبت پول دومی به ۳ است.

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{n_1}{2} = \frac{n_2}{3}$$

تعریف: فرض کنید مقدار M را بین سه عضو به نسبت a و b و c تقسیم کنیم و سهم آن‌ها به ترتیب n_1 و n_2 و n_3 شود. در این صورت خواهیم داشت:

اولاً:

$\overset{\text{کل}}{\tilde{M}} = \frac{\overset{\text{نسبت سهم}}{\tilde{a}}}{\underset{\text{سهم}}{a+b+c}} \times \tilde{M}$	نفر اول:
$n_2 = \frac{b}{a+b+c} \times M$	نفر دوم:
$n_3 = \frac{c}{a+b+c} \times M$	نفر سوم:

ثانیاً: اگر عدد صحیح $k = \frac{M}{a+b+c}$ را در نظر بگیریم، آن گاه:

$$\begin{cases} n_1 = ak \\ n_2 = bk \\ n_3 = ck \end{cases} \rightarrow \frac{n_1}{a} = \frac{n_2}{b} = \frac{n_3}{c}$$

تعریف: فرض کنید x و y دو عدد دلخواه باشند، در این صورت:

$$\frac{x}{y} = (\text{نسبت } x \text{ به } y \text{ کدام است؟}), (x \text{ چند برابر } y \text{ است؟})$$

$$\frac{x}{y} \times 100 = (\text{چند درصد } y, x \text{ می‌شود؟}), (x \text{ چند درصد } y \text{ است؟})$$

معادله «سود + هزینه = فروش»

با استفاده از رابطه «سود + هزینه = فروش» و به کمک تناسب می‌توانیم در مسائل مختلف به‌صورت زیر درصد یا مقدار هر یک از موارد را به دست آوریم، به‌طور مثال اگر قیمت فروش کالایی با احتساب ۲۰ درصد سود برابر با ۹۶ تومان شده باشد، آنگاه مقدار سود و هزینه خرید این کالا به‌صورت زیر به دست می‌آید

سود + هزینه = فروش

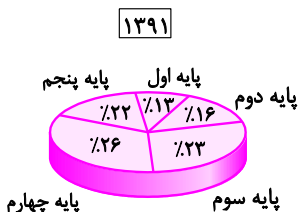
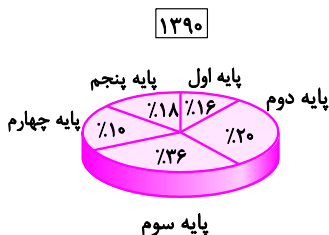
درصد	۱۲۰	۱۰۰	۲۰
قیمت	۹۶	؟	؟

$$\text{سود} = \frac{۹۶ \times ۲۰}{۱۲۰} = ۱۶$$

$$\text{خرید} = \frac{۹۶ \times ۱۰۰}{۱۲۰} = ۸۰$$

راهنمایی: متن زیر را با دقت بخوانید و بر اساس اطلاعات موجود در نمودارهای زیر، به سؤال‌های ۱ و ۲ پاسخ دهید.

نمودارهای زیر، درصد تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه در دو سال متوالی ۱۳۹۰ و ۱۳۹۱ را در هر کدام از پایه‌های تحصیلی (اول تا پنجم)، نسبت به کل تعداد دانش‌آموزان مصف در آن سال نشان می‌دهد. این مدرسه در سال ۱۳۹۱ نسبت به سال قبل، ۲ دانش‌آموز کلاس اول کم‌تر ولی در کل، ۵۰ دانش‌آموز بیش‌تر داشته است. فرض بر این است که فقط در پایه اول دانش‌آموز می‌تواند به مدرسه وارد شود و با قبولی در پایه پنجم نیز می‌تواند از مدرسه فارغ شود.



۳۰. قیمت فروش محصولی دو برابر شود سود حاصل از فروش محصول، سه برابر خواهد شد، درصد سود اولیه، کدام است؟

۹۶ (۱۴)

۱۰۰ (۱۵)

۶۶/۶ (۱۶)

۱۱۳/۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$\begin{cases} \text{فروش} & \text{خرید} & \text{سود} \\ \tilde{S} = \tilde{C} + \tilde{P} \xrightarrow{\text{تفاضل دو معادله}} S = 2P \\ 2S = C + 3P \end{cases}$$

از آنجاکه قیمت فروش اولیه (S)، دو برابر سود اولیه (P) شده است، بنابراین درصد سود اولیه ۱۰۰ درصد بوده است، چراکه:

$$\overset{2P}{\tilde{S}} = \overset{P}{\tilde{C}} + P \rightarrow \overset{\text{فروش}}{2P} = \overset{\text{خرید}}{\tilde{P}} + \overset{\text{سود}}{\%100P}$$

۱۳. دو کالنه مشابه پر از آب در اختیار داریم. در کف هرکدام از آنها یک سوراخ ایجاد می‌کنیم. اگر یک کالنه، دقیقاً سه‌ساعته و دیگری دقیقاً پنج‌ساعته تخلیه شوند بعد از چه زمانی از شروع تخلیه، دقیقاً $\frac{1}{۳}$ مجموع آب موجود در دو کالنه تخلیه می‌شود؟ (فروج آب از کالنه‌ها همواره یکنواخت است).

$$(۲) \quad ۱/۲۰'$$

$$(۱۷) \quad ۱/۲۵'$$

$$(۱) \quad ۱/۱۵'$$

$$(۳) \quad ۱/۳۰'$$

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا فرض کنید r_1 و r_2 به ترتیب، سرعت تخلیه دو گالن بر حسب اطلاعات مسئله باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overset{\text{کار}}{1} = \overset{\text{سرعت}}{r_1} \times \overset{\text{زمان}}{3} \rightarrow r_1 = \frac{1}{3} \\ \\ 1 = r_2 \times 5 \rightarrow r_2 = \frac{1}{5} \end{array} \right.$$

اگر بعد از زمان t از شروع تخلیه، دقیقاً $\frac{1}{3}$ از مجموع آب دو گالن تخلیه شود، خواهیم داشت:

$$\underbrace{\frac{1}{3}}_{\text{مجموع دو گالن}} = \underbrace{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)}_{\text{سرعت دو گالن}} \times t \rightarrow t = \frac{5}{4} = 1:15'$$

۳۱. قیمت خرید ۳۰ عدد از یک محصول، به اندازه قیمت فروش m عدد از همان محصول است. اگر این محصول با سود ۲۵ درصد به فروش رسیده باشد m کدام است؟

۳۶ (۱۴)

۲۴ (۱۵)

۴۰ (۱۶)

۲۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا فرض کنید x و y به ترتیب، قیمت خرید و فروش هر عدد از محصول باشد، از آنجا که قیمت خرید ۳۰ عدد از محصول به اندازه قیمت فروش m عدد از همان محصول است خواهیم داشت:

$$30 \times x = m \times y$$

از طرفی می دانیم که محصول با ۲۵ درصد سود به فروش رسیده است، بنابراین:

$$\overset{\text{فروش}}{\hat{y}} = \overset{\text{خرید}}{\hat{x}} + \overset{\text{سود}}{0.25x} \rightarrow y = 1.25x$$

حال با توجه به معادلات به دست آمده می توانیم مقدار m را به دست آوریم:

$$\begin{cases} 30x = my \\ y = 1.25x \end{cases} \rightarrow 30x = m(1.25x) \rightarrow m = 24$$

۱۳. میوه‌فروشی ۱۲۰ هندوانه که میانگین وزن آنها $۳/۵$ کیلوگرم است را به دودسته مرغوب و غیر مرغوب که میانگین وزن دسته اول $۳/۹$ کیلوگرم و میانگین وزن دسته دوم $۱/۵$ کیلوگرم است، تقسیم می‌کند. اختلاف تعداد هندوانه‌های دودسته، کدام است؟

(۲) ۸۰

(۱) ۶۰

(۱۳) ۱۰۰

(۱۲) نمی‌توان تعیین کرد.

پاسخ: گزینه ۳

اگر تعداد هندوانه‌های مرغوب و غیر مرغوب را به ترتیب با x و y نمایش دهیم، به دنبال $x - y$ هستیم؛ بنابراین، می‌توان معادلات زیر را تشکیل داد:

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ \frac{3/9x + 1/5y}{130} = 3/5 \end{cases}$$

با حل دستگاه دو معادله و دو مجهولی فوق خواهیم داشت:

$$x = 100 \qquad y = 20 \qquad \rightarrow x - y = 80$$

۱۴۵. دو میله فلزی، با نسبت طول‌های ۲ به ۳ در اختیار داریم. از هرکدام از میله‌ها، یک برش به طول x سانتی‌متر جدا می‌کنیم، به‌طوری‌که در نهایت نسبت طول میله‌های باقی‌مانده، به ترتیب ۱ به ۲ شود. (۹۵ - زبان)

الف

مجموع طول میله‌های جداشده

ب

مجموع طول میله‌های باقی‌مانده

پاسخ: گزینه ۲

اگر ابتدا طول میله‌ها را به نسبت ۲ به ۳ به ترتیب L_1 و L_2 در نظر بگیریم، آنگاه:

$$\frac{L_1}{2} = \frac{L_2}{3}$$

و برای سادگی در محاسبات:

$$\rightarrow \frac{L_1}{2} = \frac{L_2}{3} = 10 \quad \rightarrow \quad L_1 = 20, L_2 = 30$$

اگر از هرکدام از میله‌ها، یک برش به طول x سانتی‌متر جدا کنیم، به‌طوری‌که درنهایت نسبت طول میله‌های باقی‌مانده، به ترتیب ۱ به ۲ شود خواهیم داشت:

$$\frac{L_1 - x}{1} = \frac{L_2 - x}{2} \rightarrow \frac{20 - x}{1} = \frac{30 - x}{2} \rightarrow x = 10$$

در ادامه به‌آسانی می‌توانیم مقادیر دو ستون «الف» و «ب» را باهم مقایسه کنیم:

الف	ب
مجموع طول میله‌های جداشده	مجموع طول میله‌های باقیمانده
$2x = 20$	$(20 - x) + (30 - x) = 30$
با توجه به این‌که مقدار ستون «ب» از ستون «الف» بزرگ‌تر است؛	
گزینه ۲ صحیح است.	

۱۴۶. A عدد سه رقمی زوجی است که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و B عدد فرد سه رقمی است که با ارقام ۵، ۶ و ۷ ساخته شده است.

الف

بزرگ ترین مقداری که A می تواند داشته باشد

ب

کوچک ترین مقداری که B می تواند داشته باشد

پاسخ: گزینه ۱

با فرض اینکه تکرار ارقام مجاز نباشد:

$۵۴۲ =$ بزرگ‌ترین مقدار عدد سه‌رقمی زوج A

$۵۰۷ =$ کوچک‌ترین مقدار عدد سه‌رقمی فرد B

ستون الف	ستون ب
----------	--------

۵۴۲	۵۰۷
-----	-----

بنابراین، گزینه ۱ درست است.

با فرض مجاز بودن تکرار ارقام:

$۵۵۴ =$ بزرگ‌ترین مقدار عدد سه‌رقمی زوج A

$۵۰۵ =$ کوچک‌ترین مقدار عدد سه‌رقمی فرد B

ستون الف	ستون ب
----------	--------

۵۵۴	۵۰۵
-----	-----

بنابراین، گزینه ۱ درست است.